

---

## Avoin kirje matematiikan kouluopetuksen suunnittelijoille ja siitä päättävälle

Arvoisat suunnittelijat ja päättäjät,

Matematiikan kouluopetus on viime vuosikymmeninä kehittynyt huolestuttavaan suuntaan. Peruskoulun käyneiden matematiikan osaaminen näyttää paljon huonommalta kuin vanhan keskikoulun käyneiden osaaminen. Siksi lukiossa ei enää voida opiskella samantasoista matematiikkaa kuin vanhassa lukiossa. Tästä puolestaan seuraa, että ylioppilailla on entistäkin suurempia vaikeuksia jatko-opinnoissaan kaikilla matematiikkaa tarvitsevilla aloilla. Siitä seuraa myös, että yliopistot joutuvat käyttämään paljon resursseja opiskelijoiden puutteellisten matematiikan pohjatietojen paikkaamiseen, vaikka tämän tehtävän ei pitäisi kuulua niille.

Kansallinen koulutuksen arviointikeskus (Karvi) testasi [2] matematiikan oppimistuloksia peruskoulun päättövaiheessa. Annamme esimerkkejä testiin kuuluneista tehtävistä ja tarkastelemme, millä menestyksellä niitä ratkaistiin. Annamme myös esimerkkejä siitä, millaisia tehtäviä samanikäiset ratkaisivat keskikoulussa. Kun näitä tehtäviä vertailee toisiinsa, vaikeustason jyrkkä lasku pysähdyttää. Sen jälkeen pohdimme, mitä peruskoulun matematiikassa oikeastaan on tapahtunut ja sitä, miten oppimistulosten heikentyminen (joka sentään Karvin raportin mukaan on vihdoinkin pysähtynyt) saataisiin kääntymään vahvistumiseksi.

Allekirjoittaneet Halmetoja ja Merikoski [1] ovat aiemmin käsitelleet samoja ongelmia.

### Karvin tehtäviä

Karvin testiin osallistui noin 4800 yhdeksäsluokkalaista. Arvioitavana oli viisi osa-aluetta: algebra, funktiot, geometria, luvut ja laskutoimitukset sekä tilastot ja todennäköisyys. Seuraavat esimerkit on poimittu algebran, laskutoimitusten ja geometrian osioista.

1. Sopiiko yhtälöön  $2x + 2 = 25$   $x$ :n paikalle luku 3?
2. Helvi ja Mauri tekivät viikonloppuna kaupassa töitä yhteensä 26 tuntia. Heidän viikonlopun yhteispalkkansa oli 262 euroa. Kuinka paljon kumpikin ansaitsi, kun Helvin tuntipalkka oli 11 euroa ja Maurin 9 euroa?
3. Mitkä luvut sopivat  $a$ :n paikalle?

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{a}{18}.$$

- 
4. Laske potensseista  $3^4$  ja  $4^3$  suuremman arvo.
  5. Pystyssä olevan suoran ympyrälieriön muotoiseen astiaan kaadetaan kaksi litraa vettä. Kuinka korkealle vesi nousee, jos pohjan säteen pituus on 5,0 cm?

Ensimmäinen kysymys oli algebran osiossa ”ankkuritehtävänä”. Sitä oli siis kysytty aiemmissakin testeissä. Ankkuritehtävien avulla pyritään päättämään, onko osaamistasossa tapahtunut muutoksia. Täysillä pisteillä tämän erikoisesti muotoillun tehtävän ratkaisi 72% oppilaista ja kokonaan ilman pisteitä jäi 19%. Oikein vastanneita oli hieman enemmän kuin vuonna 2011 järjestetyssä vastaavassa testissä.

Kakkostehtävä oli algebran osiossa ”ongelmanratkaisutehtävänä”. Tämä termi on kyseenalainen, sillä lähes kaikissa matemaattisissa tehtävissä ratkaistaan ongelmia. Tässä tehtävässä täydet pisteet sai 8,8% ja pisteittä jäi 71%. Seitsemän oppilasta kymmenestä ei osannut muodostaa tuntien kokonaisuudesta yksinkertaista yhtälöä, mitä raportin tekijät pitävät huolestuttavana.

Kolmostehtävä (sekin oudosti muotoiltu) oli lukuja ja laskutoimituksia käsittelevän osion ankkuritehtävänä. Raportissa se luokitellaan ongelmanratkaisutehtäväksi, ja sen sai oikein noin neljä oppilasta kymmenestä. Tulos on vaatimaton, sillä ratkaisussa sai käyttää laskinta. Nelostehtävässä laskinta ei saanut käyttää ja siinä vajaa neljä kymmenestä onnistui.

Viides kysymys luokiteltiin geometriseksi ongelmanratkaisutehtäväksi. Täydellisesti sen ratkaisi 9% oppilaista ja 74% jäi kokonaan pisteittä. Yleisenä vaikeutena oli, ettei osattu laskea ympyrän pinta-alaa tai ei ymmärretty, että se tulee laskea. Yksikkömuunnoksetkin olivat vaikeita ja suora ympyrälieriö oli monelle tuntematon. (Selkeämpi nimitys olisi *suora ympyräpohjainen lieriö*.)

Karvin raportissa ja sitä seuranneessa keskustelussa tarkasteltiin tuloksia vain nykyisen opetussuunnitelman kannalta. Se pohdinta ei kuitenkaan tuo esiin sitä, mitä muutoksia oppimisessa on tapahtunut pidemmällä aikavälillä. Vuosien saatossa tapahtuneet todelliset osaamisen muutokset paljastuvat tutkimalla entisaikojen oppikirjoja suhteessa Karvin tehtäviin. Mitä siis keskikoulun matematiikassa tehtiin? Mitä tehtiin peruskoulussa ennen vuotta 1985 ja mitä sen jälkeen? Seuraavia Kalle Väisälän kirjan [3] tehtäviä ratkaistiin oppikoulun neljännellä ja viidennellä luokalla, jotka vastaavat peruskoulun kahdeksatta ja yhdeksättä luokkaa. Ne ovat taatusti silloisten opetussuunnitelmien mukaisia, sillä tuolloin kouluhallitus tarkasti ja hyväksyi oppikirjat.

---

## Väisälän tehtäviä<sup>1</sup>

1. Osoita tosiksi yhtälöt

$$\begin{aligned}a^3 - b^3 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) \quad \text{ja} \\a^3 + b^3 &= (a + b)(a^2 - ab + b^2).\end{aligned}$$

2. Osoita todeksi yhtälö

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2 + (ay - bx)^2.$$

3. Osoita, että jos  $x = m^2 - n^2$ ,  $y = 2mn$  ja  $z = m^2 + n^2$ , niin

$$x^2 + y^2 = z^2.$$

4. Osoita, että

$$1 + q + q^2 + \dots + q^{n-1} = \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad (q \neq 1)$$

- a) suorittamalla oikealla puolella oleva jako,  
b) kertomalla vasemmalla puolella oleva polynomi  $(1 - q)$ :lla.

5. Mitä arvoa summa

$$1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

lähenee, kun  $n$  kasvaa rajatta?

6. Kuinka suuri on sellaisen neliön sivu, jonka ala suurenee  $a^2$  neliömetriä, kun sivua suurennetaan  $b$  metriä?
7. Ympyrän kehä jaetaan neljään osaan, joiden pituudet suhtautuvat toisiinsa kuten  $1 : 2 : 3 : 4$ . Mitkä ovat näiden kaarien asteluvut?
8. Kauppias, myytyään osan erästä 15%:n voitolla, myy loput ostohinnallaan ja voittaa näin koko tavaramäärällä 12%. Montako % tavarasta hän möi ostohinnallaan?
9. Osoita, että lausekkeen

$$\frac{n^2 - nx + n - x}{n^2 - nx - n + x} \quad (x \neq n, n \neq 1)$$

arvo on  $x$ :n arvosta riippumaton.

---

<sup>1</sup>Sanamuotoja on paikoin muokattu.

---

10. Osoita että  $x^2 + y^2 = 1$ , jos

$$x = \frac{2t}{1+t^2} \quad \text{ja} \quad y = \frac{1-t^2}{1+t^2}.$$

11. Osoita että  $x^2 - y^2 = 1$ , jos

$$x = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{t} + t \right) \quad \text{ja} \quad y = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{t} - t \right).$$

12. Määritä vakiot  $A$  ja  $B$  siten, että yhtälö

$$\frac{x+c}{(x-a)(x-b)} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b} \quad (a \neq b)$$

toteutuu kaikilla  $x$ :n  $a$ :sta ja  $b$ :stä eroavilla arvoilla.

Karvin tutkimukseen osallistuneista noin 10% ratkaisi testin vaikeimmat tehtävät, mutta olisiko tällä kymmenyksellä edellytyksiä ratkaista Väisälän tehtäviä? Ne ovat peruskoululaisille (muutamaa matematiikan harrastajaa ehkä lukuun ottamatta) liian vaikeita kevennetyn opetussuunnitelman takia, mutta ne lienevät liian vaikeita monelle lukiolaisellekin. Keskikoulussa nimittäin pääsykokeen kautta valikoitunut oppilasjoukko sai käyttää noin kaksi lukuvuotta tehtävissä vaadittavan taidon hankkimiseen. Jos vaikkapa neljäsosalla nykyisistä ikäluokista olisi mahdollisuus vastaavaan opetukseen, niin Väisälänkin tehtäviä pystyttäisiin ratkaisemaan. Muutenhan olisimme todistamassa suomalaisten ennennäkemättömän nopeaa älyllistä taantumista. Miksi siis oppilaiden kykyä vastaava opetus ei ole mahdollista nykykoulussa? Mitä peruskoulussa on vuosien saatossa tapahtunut?

### Tasoryhmitys ja sen lakkauttaminen

Peruskoulu-uudistus 1970-luvun alussa ei (joukko-oppia yms. lukuun ottamatta) tuonut suurta muutosta matematiikan opetukseen, sillä keskikoulun opetussuunnitelmat periytyivät lähes sellaisinaan yläkouluun, jossa opetus eriytettiin ns. tasoryhmityksellä. Käännöksi tapahtui vuonna 1985, kun tasoryhmitys poistettiin. Tällöin kaikki alkoivat opiskella matematiikkaa saman opetussuunnitelman mukaan. Silloisen kouluhallituksen matematiikan ylitar kastaja Reino Seppälä kiteytti tapahtuneen Helsingin Sanomissa 2.4.2005 ilmestyneessä kirjoituksessaan:

*Peruskoulun tasokursseista luovuttaessa määriteltiin vuoden 1985 opetussuunnitelman perusteissa kaikille yhteinen oppimäärä matematiikassa ja kielessä. Samalla vähennettiin peruskoulun yhdeksännen luokan matematiikan-opetuksen tuntimäärää yhdellä viikkotunnilla. Tämän vuoksi oppiainesta oli*

---

*supistettava laajaan kurssiin verrattuna. Algebrallisten lausekkeiden käsittely oli yksi supistuksen kohde. Tästä matematiikan sisällöstä on todettava huomionarvoinen seikka. Tutkimusten mukaan ns. formaaliseen ajatteluun, jota esimerkiksi algebran kirjainlaskenta edellyttää, 14–15-vuotiaista pystyy vain vähän yli puolet oppilaista. Myös opettajien kokemus on, että algebran opettaminen koko ikäluokalle siinä laajuudessa kuin se aikoinaan oli oppikoulussa tai peruskoulun alkuvuosien laajalla kurssilla, on lähes mahdotonta. Merkittävälle osalle oppilaista tässä laajuudessa opetettu algebra jäisi ymmärrystä vaille olevaksi ulkoluvuksi. Näin laajan algebran opetus on peruskoulun jälkeisten oppilaitosten tehtävä.*

Perusalgebra ei kerralla poistunut tasoryhmituksen lakkauttamisen jälkeen, vaan se on opetussuunnitelmien uudistuksissa vähin erin hävinnyt. Oppimistulosten heikkenemistä hidastivat myös kokeneet opettajat, joilla oli vanhamuotoisen opettajankoulutuksen antama vankka matematiikan aineenhallinta. He tiesivät, minkälaista työtä matematiikan oppiminen vaatii ja osasivat opetussuunnitelmista riippumatta opettaa matematiikan rakenteen omaksumisen kannalta olennaisia asioita. Samoihin sukupolviin kuuluneet rehtorit myös ymmärsivät ryhmitellä oppilaat aikaisempien oppimistulosten perusteella sopiviin ryhmiin.

Karvin tehtävien edustama taso saavutettiin 2000-luvun ensimmäisellä vuosikymmenellä. Tällöin oppikirjojen tehtävissä kirjainlaskenta oli vähentynyt lähes olemattomiin. Geometrian tehtävät olivat kuvioihin ja kappaleisiin liittyviä numeerisia tehtäviä, joita ratkaistiin laskimella valmiiden kaavojen mukaan. Perinteisen koulutuksen saaneita opettajia oli eläköitynyt ja heidän tilalleen oli tullut vähäisemmän aineenhallinnan omaavia nuoria opettajia. Heidän koulutuksessaan kasvatustiede oli vallannut merkittävän tilan varsinaisilta aineopinnoilta, mikä jo opetusharjoittelussa oli ollut omiaan johtamaan outojen opetusmenetelmien harrastamiseen. Esimerkiksi oppilaat laitetaan tavalla tai toisella opettamaan toinen toistaan opettajan istuskellessa odottamassa, olisiko jollakulla jotakin kysyttävää. Ääritapauksissa oppilaat ovat jopa arvostelleet itse itsensä. Nyt lahjakkain osa ikäluokasta läpäisee matematiikan oppimäärän kiitettävien arvosanoin joutumatta laisinkaan ponnistelemaan. Oikea asenne työntekoon jää oppimatta eikä käsitteellinen ajattelu kehity. Varsinkaan ei opita lukion pitkän matematiikan kannalta välttämättömiä algebrallisten lausekkeiden ja yhtälöiden käsittelytaitoja, geometrisista päättelyistä puhumattakaan. Tietenkin osa oppilaista saa nämä taidot vanhempiansa avulla tai maksullisilla valmennuskursseilla. Pelkän peruskouluopetuksen varassa olleet aloittavat lukionsa heikommista lähtökohdista.

---

## Vaikutukset lukio-opiskeluun

Matematiikan hiipuminen peruskoulusta on saattanut lukion pitkän matematiikan opetuksen vaikeuksiin. Kuten Seppälä totesi, algebrallisten lausekkeiden käsittely siirtyi lukion matematiikkaan. Aluksi lukioissa järjestettiin matematiikan ns. nollakursseja, joilla yritettiin tavoittaa peruskoulussa menetettyä. Tulokset jäivät laihoiksi. Muutamassa viikossa ei ollut mahdollista paikata peruskoulun laajalla kurssilla tehtyä kolmen vuoden työtä ja lukiossa muutkin aineet vaativat peruskoulua enemmän työntekoa. Peruskoulun jättämää aukkoa oli siis yritettävä paikata varsinaisilla oppitunneilla.

Vielä vuoden 1995 opetussuunnitelmassa pitkän matematiikan kahdella ensimmäisellä kurssilla käsiteltiinkin melko kattavasti algebrallisten lausekkeiden ominaisuuksia sekä niitä sisältäviä yhtälöitä ja epäyhtälöitä. Saatiin aikaisempaa ohuempi mutta kuitenkin jonkinlainen pohja differentiaalilaskennalle. Ilman sujuvaa lausekkeiden käsittelytaitoa on mahdotonta ymmärtää differentiaalilaskennan peruskäsitteitä ja sovelluksia.

Tilanne huononi vuoden 2004 opetussuunnitelman tultua voimaan. Sen pohjalta tehdyissä oppimateriaaleissa lausekkeiden käsittelylle oli varattu noin viikko derivaattakurssin alkuun. Kokeneet opettajat tietenkin pohjustivat tarvittavaa taitoa jo edeltävien kurssien aikana, mutta silti derivaattakurssi ja sen jälkeiset kurssit koettiin monissa kouluissa raskaiksi ja ahdistaviksi. Melko suuri joukko lukiolaisia keskeytti pitkän matematiikan opiskelun tässä vaiheessa. Matemaattisten aineiden opettajien liiton Dimensio-lehdessä (4/2011) ilmiöstä todettiin: *Haastatteluissa eräät muuten loistavasti pärjänneet ylioppilaat ovat kertoneet vaihtaneensa ”järjetöntä työtä vaatineen” pitkän matematiikan lyhyeen ja heti numerot nousivat 7–8:sta kymppiin.* Oppiminen koettiin järjetöntä työtä vaativaksi, koska siihen varattu aika oli liian lyhyt ja, kuten keskikoulun ja peruskoulun laajan tasokurssin opetusjärjestelyt osoittivat, perustava työ olisi pitänyt tehdä nuorempana.

Symbolisiin laskutoimituksiin pystyvät laskimet tulivat maahantuojujen lobbaamina osaksi lukion matematiikan opetusta. Vuonna 2011 Ylioppilastutkintolautakunta ilmoitti, että ne tullaan sallimaan ylioppilaskirjoituksissa. Ilmeisesti monilla tahoilla virisi harhaluulo, että ”mekaanisia” lausekkeen ja yhtälöiden käsittelyjä ei enää tarvitse osata, vaan voidaan keskittyä ”luovaan ongelmanratkaisuun”. Tulos on kuitenkin se, että nyt osa aloittavista teekkareista ei osaa laskea kahta murtolukua yhteen, vaikka he ovat läpäisseet ylioppilaskokeen. Somekeskustelussa eräs teknillisessä tiedekunnassa opettava totesi joka vuosi tapaavansa aloittavia teekkareita, joille  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$ , ja erään teknillisen oppilaitoksen pääsykokeessa kolmasosa pyrkijöistä oli väitännyt, että  $\frac{11}{13} + \frac{13}{11}$  on lähinnä lukua 1, kun vaihtoehdot olivat 1, 2 ja 12. Vanhan sananlaskun mukaan sitä niitetään mitä kylvetään!

---

Pitkän matematiikan opetuksessa pyritään nykyisin lähinnä harjaannuttamaan oppilas ylioppilaskokeessa todennäköisesti esiintyviin tehtävätyypppeihin ja kokeessa käytettävän ohjelmiston oppimiseen. Oppikirjoista ei juuri asioiden perusteluja löydy. Monet keskeiset opinkohdat annetaan ilmoitusasioina. Lukioon tulevien oppilaiden lähtötaso on sellainen, ettei juuri muuhun olisi mahdollisuuttakaan. Vuonna 2016 opetussuunnitelmaan tullut kaikille lukiolaisille yhteinen johdantokurssi on edelleen hidastanut pitkän matematiikan opintojen alkamista ja vienyt yhden kurssin oppimäärästä.

Peruskoulun alkaessa alakoulun matematiikan opetusta sekoittanut joukko-oppikokeilu osoitti, että epäonnistuneista käytännöistä on mahdollista luopua. Laskinpainotteisen matematiikan kohdalla ei kuitenkaan toistaiseksi ole mitään uudelleenarviointia havaittavissa. Matemaattiset ohjelmistot ovat tärkeitä työvälineitä insinööreille ja osalle matemaatikoistakin, mutta niiden käyttäjien on tunnettava se matematiikka, jota he koneissaan pyörittävät.

### **Johtopäätökset ja suositukset**

Kouluasteiden välinen epäsuhta on pedannut markkinoita valmennusfirmoil- le, joiden liikevaihto kasvaa kohisten. Valmennus maksaa, mikä on omiaan lisäämään sosiaalista eriarvoisuutta. Peruskoulun olisikin nyt haastettava kau- pallinen valmennus sallimalla matematiikan valinnainen, syventävä oppimää- rä ainakin yhdeksännelle luokalle. Varsin monet oppilaat tietävät jo tuolloin ne alat, joiden jatko-opiskelu kiinnostaa heitä. Valinnaisuus olisi teknisesti helppo toteuttaa joustavana ryhmittelynä jaksotetussa opetuksessa. Joustavuus tarkoittaisi sitä, että oppilas voisi helposti vaihtaa ryhmää ja tarpeen mukaan vaikkapa uusia heikosti menneen jakson. Jostakin syystä valinnai- suus on kuitenkin kielletty puheenaihe peruskoulua koskevassa keskustelus- sa. Liekö syynä fundamentalistinen tasa-arvoajattelu, joka ei salli lahjak- kuusprofiilien erilaisuutta muussa kuin taiteissa ja urheilussa. Toivottavasti päättäjät lopulta ymmärtävät, että oppimäärän yhtenäistäminen on johta- massa kaupallisen yksityisopetuksen kasvun myötä sosiaalisen eriarvoisuuden lisääntymiseen. Mitä siis tulisi tehdä? Seuraavassa joitakin ehdotuksia:

- Viimeistään yhdeksännellä luokalla annetaan mahdollisuus valita mate- matiikan valinnainen syventävä oppimäärä, joka sisältää algebrallisten lausekkeiden ja yhtälöiden käsittelyä sekä algebran keinoin ratkaistavia geometrian tehtäviä.
- Vahvistetaan aineenopettajakoulutuksessa koulumatematiikan matemaat- tisten perusteiden hallintaa. Opinnäytetyössä opiskelijalta edellytetään käsiteltävän aiheen vahvaa matemaattista ja didaktista osaamista.

- 
- Matematiikan oppiminen lienee tehokkaimmillaan, kun opetus ja itsenäinen harjoittelu vuorottelevat ja kommunikointi toimii. Siksi on suositeltavaa, että opettajajohtoinen opetus olisi matematiikan opetuksen vallitseva työtapa.

## Lopuksi

Nykyisessä elämänmenossa näppäillään tietokoneita ja älypuhelimia yhä enemmän ja (vaikuttaa siltä, että) ajatellaan yhä vähemmän. Tottahan toki tietokoneilla ja laskimilla on tärkeä merkitys matematiikan opetuksessa ja usein tutkimuksessakin, mutta varsin monet näyttävät kuvittelevan, että pelkkä laskimen näppäily on ”digitaalista oppimista”. Kauppiaat uskottelevat, että heidän myymänsä pelit ja vehkeet muka tekevät matematiikan opiskelun helpoksi ja hauskaksi. Tosiasiassa matematiikan opiskelu kylläkin saattaa olla hauskaa, mutta helpoksi se ei tule millään markkinointitempulla. Jos matematiikan opetuksen ympärillä pyörivä laitebisnes ja kurssibisnes pysyisivät kohtuullisissa rajoissa, niin ne ja matematiikan kouluopetus muodostaisivat vahvan kokonaisuuden. Valitettavasti meistä näyttää siltä, ettei kohtuutta ole aina noudatettu. Laitebisnes saattaa tehdä oppilaista ”laskinriippuvia”, jotka eivät ymmärrä peruskäsitteitä eivätkä osaa ajatella matemaattisesti. Kurssibisneksen tarve vähenisi, jos kouluilla olisi mielenkiintoa ja resursseja eriyttää matematiikan opetusta sekä hyville että huonoille.

Valitettavasti meistä näyttää myös siltä, että matematiikkaa ollaan tavallaan valjastamassa bisnesajattelun palvelukseen. Matematiikan monet uudet sovellukset ovat tietenkin lisänneet tämän alan tärkeyttä, mutta samalla on vaarana unohtua matematiikan vuosituhantinen sivistyksellinen merkitys ja muut arvot. Ranskalainen matemaatikko Roger Godement kirjoitti vuonna 1966 algebran oppikirjassaan hyvin: *Mutta jopa matematiikkaakin opetettaessa voi edes yrittää antaa ihmisille vapauden ja kriittisyyden tuntumaa ja totuttaa heitä siihen, että heitä kohdellaan järjellisinä olentoina, joille on suotu ymmärtämisen kyky.*

Toivomme, että ne, joilla on valta ja vastuu matematiikan kouluopetuksesta, ryhtyvät toimenpiteisiin tässä kirjeessä mainitsemiemme epäkohtien korjaamiseksi ja ottavat tähän työhön mukaan myös matemaatikoita.



---

## Syyskuussa 2019

Markku	Halmetoja	lehtori emeritus	Tampere
Alli	Huovinen	lehtori emerita	Oulu
Iina	Jokinen	fil.maist.	Helsinki
Tapani	Kuusalo	professori emeritus	Jyväskylä
Matti	Lehtinen	dosentti	Oulu
Esa	Läärä	professori	Oulu
Jorma	Merikoski	professori emeritus	Tampere
Markku	Niemenmaa	professori emeritus	Oulu
Liisa	Näveri	fil.tri	Vantaa
Marjatta	Näätänen	dosentti	Helsinki
Kari	Peisa	fil.lis.	Tyrnävä
Osmo	Pekonen	dosentti	Jyväskylä
Heikki	Pokela	tekn.lis.	Espoo
Timo	Salminen	lehtori	Helsinki
Maija-Liisa	Spangar	lehtori emerita	Oulu
Timo	Tossavainen	professori	Luulaja

## Viitteet

- [1] M. Halmetoja, J. Merikoski, Peruskoulun yläluokkien matematiikan opetus on eriytettävä, *Tieteessä tapahtuu* 36:6 (2018), 64–66.  
<https://journal.fi/tt/article/view/76505/37780>
- [2] S. Julin, J. Rautopuro, *Läksyt tekijäänsä neuvovat, Matematiikan oppimistulokset perusopetuksen päättövaiheessa – osaamisen taso ennallaan, heikentyminen pysähtynyt*, Kansallinen koulutuksen arviointikeskus, Julkaisu 20 (2016).  
[https://karvi.fi/app/uploads/2016/04/KARVI\\_2016.pdf](https://karvi.fi/app/uploads/2016/04/KARVI_2016.pdf)
- [3] K. Väisälä, *Algebran oppi- ja esimerkkikirja I*, 12. painos, WSOY, 1962.  
<https://matematiikkalehtisolmu.fi/2007/vaisala/>